

Tájékozódás koordináta rendszerben
9. osztály
matematika

Készült a GINOP-6.2.3-17-2017-00012
„Együttműködés a dunántúli agrár szakképzés
fejlesztéséért” pályázat keretében
Készítette: „Alapkompetencia fejlesztése”
munkacsoport tagjai

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakgimnázium

Az óra címe: Tájékozódás a koordináta rendszerben

Az óra célja és feladata: Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb pontthalmazokat. Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni. Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján x -et meghatározni.

Az óra fő didaktikai feladata: Ismeretek szintre hozása, bővítése, gyakorlása

Előzetes ismeretek: A Descartes-féle derékszögű koordináta rendszerről különböző szintű ismeretek.

Tantárgyi kapcsolatok: Természet ismeret

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

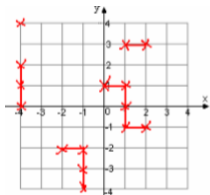
Dátum: 2019.02.

Idő percbe n	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök	Diák	Módszertani ajánlás
0–10.	Torpedó játék szabályainak ismertetése, játéklapok kiosztása.	Torpedó játék a szomszédjával.	Torpedó játék szabályai: 1.sz. melléklet	ráhangolás	páros munka	játék	játéklap		
10-15.	Feladat kivetítése	Füzet vezetés	Feladat 1. 2.sz.melléklet	ismeretbővítés	frontális	feladatmegoldás	füzet Geogebra		
15-20		Füzet vezetés	Feladat 2. 3.sz. melléklet		egyéni		Füzet Tábla	-	
20-25.	Füzet ellenőrzés			ellenőrzés		tanulói kiselőadás			
25-35.		Csoport alakítás	Feladat 3. 4.sz melléklet		hagyományos csoport munka		filc board.lap		
35-40-	Füzet ellenőrzés	Füzet vezetés		ellenőrzés			füzet geogebra		
40-45	Házi feladat		Feladat 4. 5.sz. melléklet	Házi feladat kijelölése			Moodle csoport		

1.sz. melléklet:

A torpedójáték szabályai:

- Ketten játsszák.



• Ötféle típusú hajó lehet: 1, 2, 3, 4 és 5 egymás melletti rácspontból álló. (Rácspontnak nevezik a koordináta-rendszer egész koordinátájú pontjait.) A pontokat csak vízszintes illetve függőleges szakaszokkal lehet összekötni. Mindegyik típusú pontsorozatból („hajóból”) egyet-egyét kell elhelyezni a fenti táblán úgy, hogy az egymás mellett lévő hajók között maradjon legalább egy üresen hagyott pont. Például:

- A játékosok felváltva tippelnek. Például: $(-4;4)$, $(-4;0)$, $(0;0)$.

• Az egyik játékos mond egy pontot a két koordinátájával. Ha ez a pont az ellenfél valamelyik hajójához tartozik, akkor az ellenfél közli, hogy talált. Ezután a másik játékos lő, s ezt felváltva folytatják. Egy hajó akkor süllyed el, ha minden pontját eltalálták.

Az üres „csatamezőre” rajzold az általad mondott pontokat, és jelöld pirossal azokat, amelyeket eltaláltál. A másik „csatamezőre” pedig

saját hajóidat rajzold!

A torpedó játéklap:

Partner neve:	Saját nevem:

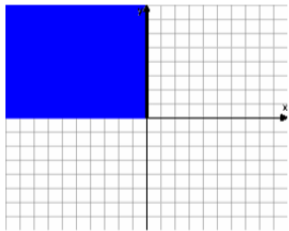
2.sz. melléklet:

Feladat 1.

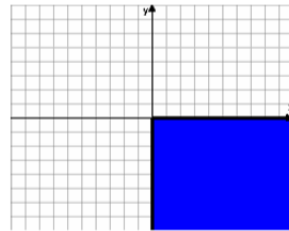
Színezzük ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek! a) $x < 0$ és $y \geq 0$ b) $x > 0$ és $y < 0$
 Megjegyzések: ha a határvonal fekete, akkor az $<$, illetve $>$, ha a határvonal színe megegyezik a kitöltési színnel, akkor az \leq illetve \geq relációs jelet jelent.

Geogebra megoldás képe:

a) $x < 0$ és $y \geq 0$



b) $x > 0$ és $y < 0$



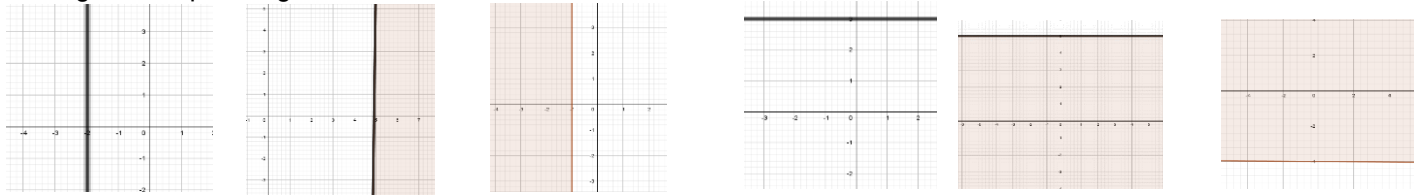
3.sz. melléklet:

2. feladat

Színezd ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek a pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

- a) $x = -2$ b) $x > 5$ c) $x \leq 1$ d) $y = 3$ e) $y < 5$ f) $y \geq -4$

A megoldás képe Geogebra-ban:



4.sz. melléklet:

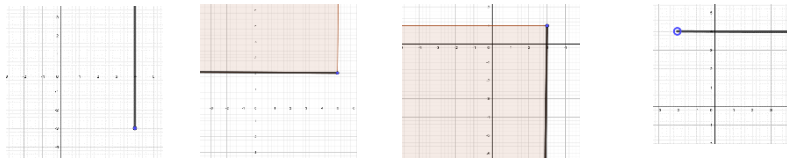
3.feladat

Feladat:

Színezd ki a koordináta-rendszernek azt a tartományát, amelynek pontjai megfelelnek az alábbi feltételeknek!

a) $x = 4$ és $y \geq -3$ b) $x \leq 5$ és $y > 2$ c) $x < 3$ és $y \leq 1$ d) $x > -2$ és $y = 4$ e) $x \geq 1$ és $y < -1$ f) $x \geq 3$ és $y > 2$

A megoldás képe Geogebra-ban:

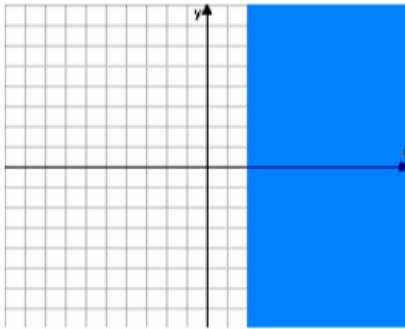


5.sz. melléklet:

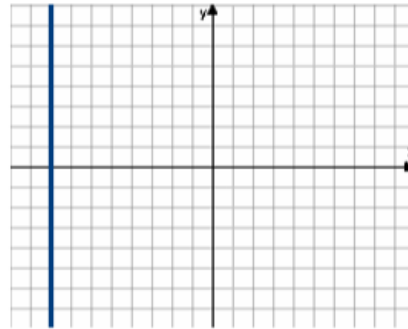
4. feladat

Jellemezd az alábbi tartományokat! Figyelj arra, hol kell \leq vagy \geq jeleket írni!

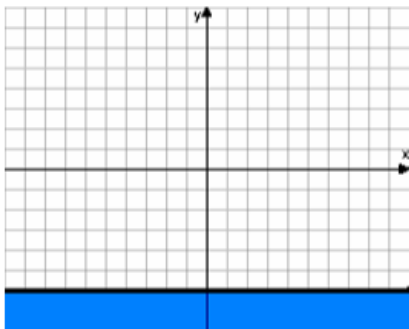
a)



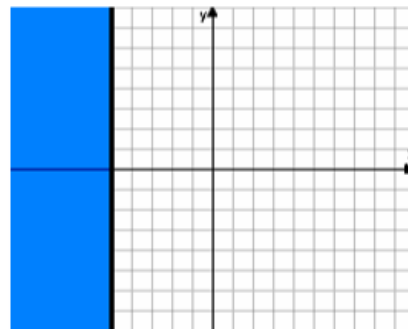
b)



c)



d)



Megoldás:

Megoldás: a) $2 \leq x$ b) $x = -8$ c) $y < -6$ d) $x < -5$

**Függvényfogalom
9. osztály
matematika**

Készült a GINOP-6.2.3-17-2017-00012
„Együttműködés a dunántúli agrár szakképzés
fejlesztéséért” pályázat keretében
Készítette: „Alapkompetencia fejlesztése”
munkacsoport tagjai

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakgimnázium

Az óra címe: Függvényfogalom

Az óra célja és feladata: Az általános iskolában kialakított függvényfogalom elmélyítése, a függvény tulajdonságainak megismerése. Függvények megadási módjai. A függvény, mint modell alkalmazása egyszerű problémákban, a hétköznapi életben. Függvény grafikonjának értő olvasása. A függvények tulajdonságainak meghatározása. A grafikus megjelenítés a függvényértékek közötti reláció meghatározását képi formában is megerősíti. A függvények helyettesítési értékeinek kiszámolása, és azok összehasonlítása.

Az óra fő didaktikai feladata: ismeretbővítés, rendszerezés

Előzetes ismeretek:

Tantárgyi kapcsolatok:

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök	Diák	Módszertani ajánlás
0–5.	Házi feladat ellenőrzése				önellenőrzés	megbeszélés		1.	
5-10	1.sz. feladat 1. melléklet		Készíts Venn diagrammot, táblázatot, grafikont!		egyéni munka	tanulói előadás	tábla füzet		
10-15	Elmélet 2. melléklet	önálló füzetvezetés	Jegyzeteld le az alapfogalmakat!	írás készség	frontális	tanári magyarázat	füzrt		
15-20.	Minta feladat 3. melléklet		Hogyan oldjuk meg?	gondolkodási, számolási készség	frontális	tanári magyarázat	tábla füzet		
20-25.	2.sz. feladat 4. melléklet		Csoportonként egy függvényt dolgozzatok fel!	gyakoroltatás	heterogén csoport	tanulói előadás	tábla füzrt		
25-30.-	Testhőmérséklet diagramm 5. melléklet		Diagramm alapján válaszolj írásban!	szemléletesség	egyéni munka	megfigyelés	projektor füzet	2.	
30-35	Elmélet 6. melléklet	önálló füzetvezetés	Jegyzeteld le az alapfogalmakat!	írás készség	frontális	tanári magyarázat	füzet		
35-40	Házi feladat 7. melléklet		Látogasd meg a Moodle csoportot!	szöveg értés			Moodle csoport		

1.sz. melléklet

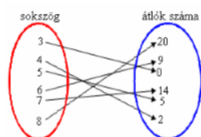
1. sz. feladat

Egy n oldalú sokszög átlóinak számát az $n(n-3)/2$ képlettel számoljuk ki. Mennyi az átlók száma, ha $n = 3, 4, 5, \dots, k$?

Megoldás:

Hozzárendelési szabály: $n(n-3)/2$

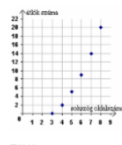
Venn-diagramm:



Táblázat:

Sokszög oldalszáma	3	4	5	6	7	8
Átlók száma	0	2	5	9	14	20

Koordináta-rendszer:



2.sz. melléklet

Elmélet:

A hozzárendelések között vannak olyanok, amelyek a piros halmaz minden eleméhez a kék halmaznak pontosan egy elemét rendelik hozzá. Ez a rajzról úgy látható, hogy a piros halmaz minden eleméből pontosan egy nyíl indul ki. Ezek az egyértelmű hozzárendelések.

Az egyértelmű hozzárendeléseket függvényeknek nevezzük. A függvényeket kisbetűkkel szoktuk jelölni: f , g , h , ...stb.

Az alaphalmazt, vagy annak részhalmazát értelmezési tartománynak (szokásos jelölése: \mathbb{E} .T.) hívjuk, elemei a változók. A képhalmazt (vagy annak egy részhalmazát) értékkészletnek ($\mathbb{É}$.K.) nevezzük, melynek elemei a függvényértékek.

3.sz. melléklet

Minta feladat:

Határozd meg az adott függvény értelmezési tartományát, az értékészletét és helyettesítési értékét az adott helyen!

$$f(x) = -\frac{2}{x-4} \quad f(8) = ? \quad f(1/2) = ?$$

Megoldás:

É.T.: $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$ (ahol a nevező 0) É.K.: $f(x) \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (amilyen értéket nem vehet fel)

4.sz. melléklet

2.sz. feladat

Határozd meg az adott függvények értelmezési tartományát, egyes esetekben az értékészletét, és a keresett helyeken a függvény helyettesítési értékét!

a) $f(x) = -\frac{x+2}{6}$ É.T.:? É.K.:? $f(0) = ?$ $f(-2) = ?$

b) $g(x) = \frac{1}{x}$ É.T.:? É.K.:? $g(2) = ?$ $g(-3) = ?$

c) $h(x) = \frac{1}{x+2}$ É.T.:? É.K.:? $g\left(\frac{1}{2}\right) = ?$ $g(-6) = ?$

d) $k(x) = \frac{2x+3}{x-4}$ É.T.:? $h(2) = ?$ $h(-1) = ?$

Megoldás:

a) É.T.: $x \in \mathbf{R}$; É.K.: $f(x) \in \mathbf{R}$; $f(0) = -\frac{1}{3}$; $f(-2) = 0$

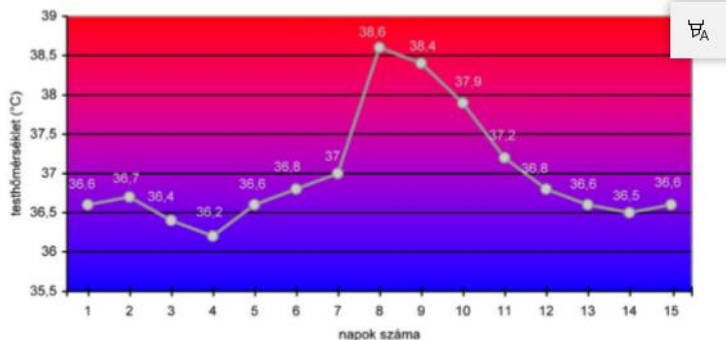
b) É.T.: $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$; É.K.: $g(x) \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$; $g(2) = \frac{1}{2}$; $g(-3) = -\frac{1}{3}$

c) É.T.: $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2\}$; É.K.: $g(x) \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$; $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5}$; $g(-6) = -\frac{1}{4}$

d) É.T.: $x \in \mathbf{R} \setminus \{4\}$; $h(2) = -\frac{7}{2}$; $h(-1) = -\frac{1}{5}$

5.sz. melléklet

A következő diagram Kati átlagos testhőmérsékletének változását mutatja két héten keresztül:



- Melyik nap volt Katinak a legmagasabb illetve a legalacsonyabb a testhőmérséklete?
- A hónap hányadik napjától lázasodott be Kati? Hány napig tartott a betegsége? A hónap első hetében mekkora volt Kati átlagos testhőmérséklete?

Megoldás:

Kati a 8. naptól volt lázas. Betegsége 4 napig tartott. A hónap első hetében Kati átlagos testhőmérséklete 36,6 °C volt. A 4. napon volt Katinak a legalacsonyabb a testhőmérséklete, és a 8. napon a legmagasabb.

6.sz. melléklet

Elmélet:

Szélső érték:

A függvénynek az x helyen abszolút maximuma van, ha a függvény az x helyen veszi fel legnagyobb értékét. A függvénynek az x helyen abszolút minimuma van, ha a függvény az x helyen veszi fel legkisebb értékét.

Zérushely:

az az x érték, ahol a függvény helyettesítési értéke 0. Ez szemléletesen azt jelenti, hogy a függvény grafikonja ezen a helyen metszi az x tengelyt.

Monotonitás:

- a függvény szigorúan monoton növekvő, ha növekvő x értékekhez növekvő függvényértékek tartoznak. A függvény monoton növekvő, ha a növekvő x értékekhez nem csökkenő függvényértékek tartoznak.
- a függvény szigorúan monoton csökkenő, ha növekvő x értékekhez csökkenő függvényértékek tartoznak. A függvény monoton csökkenő, ha a növekvő x értékekhez nem növekvő függvényértékek tartoznak.

7.sz. melléklet

Két fiú, Laci és Gergő azon versenyeznek, ki ér le hamarabb a 4 emeletes ház 4. emeletéről a földszintre. A lépcső 100 lépcsőfokból áll. Túl keskeny ahhoz, hogy egymás mellett rohanhassanak, de arra van lehetőségük, hogy kikerüljék egymást. Először Laci indul el másodpercenként egy lépcsőfokot lefelé haladva. Gergő akkor követi, amikor Laci már 40 lépcsőfokot megtett. Ő másodpercenként 2 lépcsőfokot halad lefelé.

- Ábrázold közös koordináta-rendszerben a gyerekek által megtett lépcsőfokokat az idő függvényében!
- Ki ér le hamarabb?
- Mikor, és hányadik lépcsőfoknál találkoznak?
- Hány másodpercet kell várnia a földszinten az első leérkező fiúnak a társa leérkezéséig?

**Lineáris függvények
9. osztály
matematika**

Készült a GINOP-6.2.3-17-2017-00012
„Együtműködés a dunántúli agrár
szakképzés fejlesztéséért” pályázat
keretében
Készítette: „Alapkompetencia fejlesztése”
munkacsoport tagjai

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakköznevelési osztály

Az óra címe: Lineáris függvények

Az óra célja és feladata: Az egyenes arányosság és lineáris függvények kapcsolatának megértése. Adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámítása, illetve a függvényértékekhez tartozó x helyek kiszámítása. A valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása, az így leírt kétváltozós összefüggések ábrázolása a koordináta-rendszerben, értéktáblázatban. Konkrét számokkal illetve összefüggésekkel megadott lineáris függvényekről átlépés az általános képlettel megadottakra, illetve az általánosítás után azok konkrét alkalmazása.

Az óra fő didaktikai feladata:

Előzetes ismeretek:

Tantárgyi kapcsolatok: Természet ismeret

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök	Diák	Módszertani ajánlás
0-5		Házi feladat ellenőrzése	Mivel foglalkoztunk az elmúlt órán?	ráhangolás	önellenőrzés				
5-15	1-3. feladat megoldása	Csoport alkotás	Hogy működik a csoport?	aktivizálás	Heterogén csoport		Kártyák		
15-25	Feladatok ismertetése	Beszámoló	Mindenki rögzítse a grafikonokat a füzetébe!	rögzítés	önálló munka	tanulói kiselőadás	füzet		
25-30	Kérdések	Felelet	Válaszolj a kérdésekre!	rendszerezés		összefüggés felfedezése			
35-40	Elmélet	Füzet vezetés	Jegyzetelj!	írásai készség fejlesztés	önálló munka		füzet		
40-45	Házi feladat		Látogass el a Moodle-ba!						

A csoport munka leírása:

A 3 fős csoportok mindegyike kap egy kártya csomagot, amelynek tartalma egy ablak, egy táblázat egy négyzetrácsos papír és egy feladatkártya.. Első körben az egy csoportban lévő tanulók kiosztják egymás között a feladatkártyákat, elolvassák a feladatok szövegeit, és meghatározzák, melyik táblázat melyik feladathoz tartozik. Ezután akik ugyanazt a feladatkártyát kapták, közös asztalhoz mennek, és a kártyának megfelelően kidolgozzák külön lapra mind a három szöveges feladatot. Majd visszamennek a saját csoportjukhoz, beírják a szakértői mozaik megfelelő rubrikájába az eredményüket, s közben elmagyarázzák a többieknek, hogyan kapták meg az eredményt. Végül közösen megállapítják a hozzárendelési utasítást, és beírják a megfelelő helyre. A feladatok száma növelhető.

Képlet

Megoldás

A csapból percenként 5 l víz folyik a fürdőkádba, melynek befogadó képessége 80 liter. Mennyi idő alatt telik meg az eredetileg üres kád? Készíts táblázatot és ábrázold grafikonon a kádban levő vízmennyiséget az eltelt idő függvényében!

Grafikon

Táblázat

Képlet

Megoldás

Egy 20 cm hosszú gyertyát meggyújtunk. A gyertya 4 óra alatt ég el. Fél óra alatt hány centimétert csökken? Készíts táblázatot és ábrázold grafikonon a gyertya hosszának alakulását az eltelt időtől függően!

Grafikon

Táblázat

Képlet

Megoldás

Egy személygépkocsi az autópálya 50 km-es szakaszán 110 km/h sebességgel halad. Mennyi idő alatt teszi meg ezt az utat? Ábrázold grafikonon és táblázattal a sebességet az út függvényében!

Grafikon

Táblázat

Táblázatok:

t(perc)	1	2	3	4	8	12	16
V(l)							

t(h)	0	0,5	1	1,5	2	3	4
s(cm)							

s(km)	1	10	20	30	40	45	50
$v(\frac{km}{h})$							

Feladat kártyák:

Táblázat készítése

Grafikon készítése

Eredmény kiszámítása

Melléklet

1. feladat

A csapból percenként 5 l víz folyik a fürdőkádba, melynek befogadó képessége 80 liter. Mennyi idő alatt telik meg az eredetileg üres kád? Készíts táblázatot és ábrázold grafikonon a kádban levő vízmennyiséget az eltelt idő függvényében!

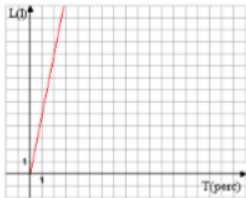
Megoldás:

1. Válasz a kérdésre: 16 perc alatt telik meg a kád, mert $\frac{80}{5} = 16$.

2. Értéktáblázat készítése:

T (perc)	1	2	3	4	8	12	16
L (liter)	5	10	15	20	40	60	80

3. Ábrázolás grafikonnal:



4. Hozzárendelési utasítás meghatározása:

Az eltelt időt az x tengelyen, a térfogatot (literben) az y tengelyen ábrázoltuk, tehát:

$$x \mapsto 5 \cdot x \text{ vagy } f(x) = 5 \cdot x.$$



2. feladat

Egy 20 cm hosszú gyertyát meggyújtunk. A gyertya 4 óra alatt ég el. Fél óra alatt hány centimétert csökken? Készíts táblázatot és ábrázold grafikonon a gyertya hosszának alakulását az eltelt időtől függően!

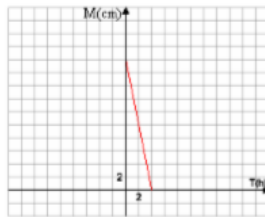
Megoldás:

1. Válasz a kérdésre: A gyertya 1 óra alatt $\frac{20}{4} = 5$ cm-t csökken, fél óra alatt 2,5 cm-rel lesz alacsonyabb.

2. Értéktáblázat készítése:

T (h)	0	0,5	1	1,5	2	3	4
M (cm)	20	17,5	15	12,5	10	5	0

3. Ábrázolás grafikonnal:



4. Hozzárendelési utasítás meghatározása:

Az eltelt időt az x tengelyen, a gyertya magasságát az y tengelyen ábrázoltuk, tehát:

$$x \mapsto -5x + 20. \text{ vagy } f(x) = -5x + 20.$$



3. feladat

Egy személygépkocsi az autópálya 50 km-es szakaszán 110 km/h sebességgel halad. Mennyi idő alatt teszi meg ezt az utat? Készíts táblázatot és ábrázold grafikonon a sebességet az út függvényében!

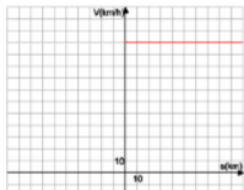
Megoldás:

1. Válasz a kérdésre: Az autó 0,45 óra alatt teszi meg az utat, mert $t = \frac{v}{s} = \frac{50}{110} = 0,45$.

2. Értéktáblázat készítése:

s (km)	1	10	20	30	40	45	50
v ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$)	110	110	110	110	110	110	110

3. Ábrázolás grafikonnal:



4. Hozzárendelési utasítás meghatározása:

A megtett utat az x tengelyen, az autó sebességét az y tengelyen ábrázoltuk, így:

$x \mapsto 110$, vagyis $f(x) = 110$.

Válaszolj az alábbi kérdésekre:

Milyen kapcsolat van a Mintapéldák táblázatainak értékpárjai között?

Az első két táblázat értékpárjai között egyenes arányosság (= ahányszorosára változik az egyik érték, annyiszorosára változik a másik is, azaz az összetartozó értékek hányadosa állandó); a harmadik táblázat értékpárjai pedig nem egyenesen arányosak.

Hogyan helyezkednek el a koordináta-rendszerben az ezekhez az értékpárokhöz tartozó pontok? Milyen alakzatot alkotnak?

Egyenes, félegyenes, szakasz mentén helyezkednek el

Tudsz-e szabályt mondani, aminek alapján könnyedén folytatható a táblázat kitöltése?

Igen.

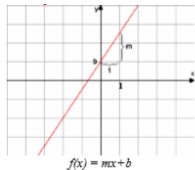
A szabályt próbáld meg általánosságban is megfogalmazni!

$$f(x)=mx+b$$

A szabály egyben a lineáris függvény hozzárendelési szabálya is. A függvény grafikonjában milyen szerepet játszik m és b?

m: meredekség, b: y tengely menti eltolás

Elmélet:



Azokat a függvényeket, amelyeknek grafikonja egyenes, lineáris függvényeknek nevezzük, és az $f(x) = mx + b$ képlettel adjuk meg, ahol m és b valós számok. Jelentésük: m a függvény grafikonjának meredeksége, b pedig az y tengellyel való metszéspontjának 2. koordinátája. Ha $m = 0$, akkor az $f(x) = b$ (vagy $x = a$, vagy $y = b$) hozzárendelést kapjuk, melyet konstans függvénynek nevezünk.

Általában minden $f(x) = mx$ függvény egyenes arányosságot fejez ki, ahol az arányosság tényezője m. Ábrázolásakor pedig azt mutatja meg, hogy egy egységnyi jobbra haladás esetén hány egységet megyünk az y tengely mentén pozitív m esetén felfelé, negatív m esetén lefelé.

Házi feladat

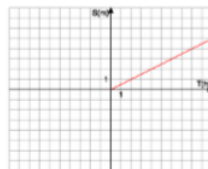
Egy csiga hajnalban útnak indul. A 2 m széles járda egyik oldaláról szeretne átjutni a másikra. Óránként fél métert képes megtenni. Mennyi idő múlva ér át a túloldalra? Készíts táblázatot és ábrázold grafikonon a megtett utat az eltelt idő függvényében!

Megoldás:

Értéktáblázat:

$t(h)$	0	0,5	1	1,5	2	3	4
$s(m)$	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2

Grafikon:



Hozzárendelési utasítás: $f(x) = \frac{1}{2}x$

Szöveges válasz: A csiga 4 óra múlva, délelőtt 9 órakor ér át a túloldalra.



**Lineáris függvények
9. osztály
matematika**

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakgimnázium

Az óra címe: Lineáris függvények

Az óra célja és feladata: Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ lapján x -et meghatározni. Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az

$f(x) = ax + b$ függvényt. Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról.

Az óra fő didaktikai feladata: Ismeretbővítés, rendszerezés, gyakorlás

Előzetes ismeretek: Descartes-féle k.rendszer, függvény

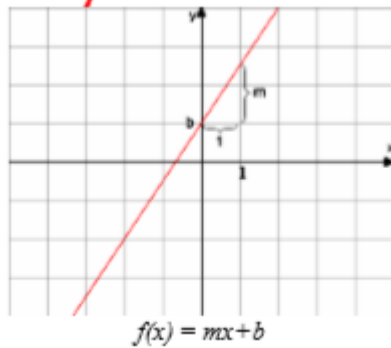
Tantárgyi kapcsolatok:

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

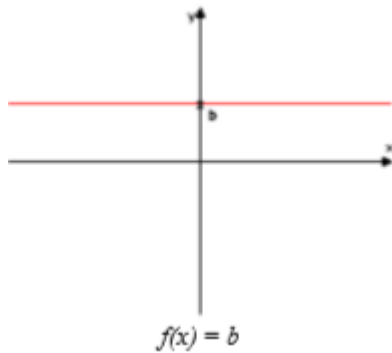
Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök	Diák	Módszertani ajánlás
0-5	Kivetítés	Önellenzés	Ellenőrizzük a házi feladatot!		önálló	megbeszélés	projektor		
5-15	Tanári előadás		Foglaljuk össze a lineáris függvényről tanultakat! 1.sz. m.	írásos készségfejlesztés	frontális	tanári magyarázat	fűzet		
15-25		Egyéni feladatmegoldás	Oldjunk meg egy mintafeladatot! 2.sz. m.		tanulók a táblánál	megbeszélés	projektor, tábla		
25-35	Csoport szervezés		Oldjuk meg a feladatokat csoportban! 3.sz. m.		2 fős homogén csoport	ellenőrzés párban	Kártya		
35-40		Feladatmegoldás	Kártyázzunk! 4.sz. m.		Heterogén csoport	megbeszélés	Kártya		
40-45	Kivetítés		Házi feladat 5.sz.m.				Moodle		

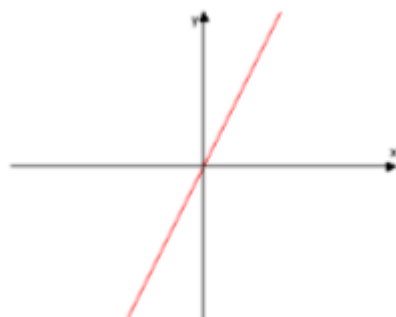
1.sz. melléklet



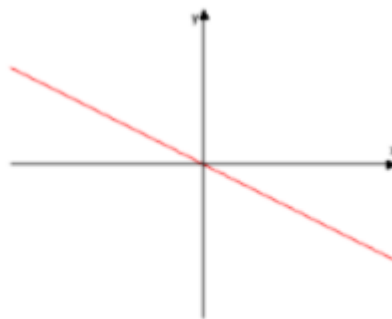
Azokat a függvényeket, amelyeknek grafikonja egyenes, lineáris függvényeknek nevezzük, és az $f(x) = mx + b$ képlettel adjuk meg, ahol m és b valós számok. Jelentésük: m a függvény grafikonjának meredeksége, b pedig az y tengellyel való metszéspontjának 2. koordinátája. A lineáris függvények más lehetséges jelölései: $x \rightarrow mx + b$, vagy $y = mx + b$. Ha $m = 0$, akkor az $f(x) = b$ (vagy $x \rightarrow b$, vagy $y = b$) hozzárendelést kapjuk, melyet konstans függvénynek nevezünk.

Ekkor a függvény képe az x tengellyel párhuzamos egyenes. Ha $m \neq 0$, akkor a függvény elsőfokú.





$$f(x) = mx, \text{ ha } m > 0$$



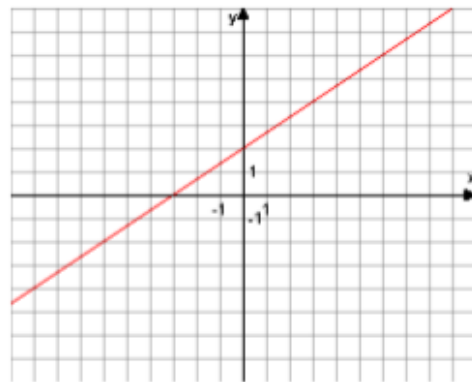
$$f(x) = mx, \text{ ha } m < 0$$

Általában minden $f(x) = mx$ függvény egyenes arányosságot fejez ki, ahol az arányosság tényezője m . Ábrázolásakor pedig azt mutatja meg, hogy egy egységnyi jobbra haladás esetén hány egységet megyünk az y tengely mentén pozitív m esetén felfelé, negatív m esetén lefelé.

2.sz. melléklet

A megrajzolt grafikon alapján állapítsuk meg a hozzárendelési szabályt és adjuk meg az értéktáblázat hiányzó adatait! Számítsuk ki a már ismert jelöléssel megadott helyeken a függvényértékeket!

$f(x) = ?$



$f(-2) =$
 $f(-1) =$
 $f(2) =$

x	-5	-3	0	1	4					
f(x)						-3	-2,8	0	1	3,4

Megoldás:

1. A lineáris függvény általános hozzárendelési utasítása: $f(x) = mx + b$, ahol m a függvény meredeksége, b pedig az y tengellyel vett metszéspontja. Mivel a grafikonról leolvasva ez a metszéspont $(+2)$ -nél található, így $b = +2$. A meredekséget megmutatja, hogy egy egységnyi jobbra haladásra hány egységet lépünk függőlegesen. A grafikonról leolvasva ez az érték $+2/3$. Tehát $m = 2/3$. A hozzárendelési utasítás: $f(x) = 2/3x + 2$. Függvényértékek kiszámítása, értéktáblázat kitöltése:

$f(-2) = ?$ A hozzárendelési utasításban x helyére behelyettesítjük a -2 -t: $f(-2) = 2/3 * (-2) + 2 = 2/3$

Hasonlóan : $f(-1) = 2/3 * (-1) + 2 = 4/3$ $f(2) = 10/3$

Az értéktáblázat első 5 oszlopának kitöltése, melyekben az x érték adott, és $f(x)$ -et keressük, szintén ehhez hasonló. Az eredmények:

x	-5	-3	0	1	4
$f(x)$	$-\frac{4}{3}$	0	2	$\frac{8}{3}$	$\frac{14}{3}$

A 6–10. oszlopokban $f(x)$ értéke adott, és x -et keressük: 6. oszlop: $f(x) = -3 f(x)$ helyére írjuk a hozzárendelési utasítást:
 $2/3x+2=-3$

Ezt az egyenletet megoldva kapjuk: $x = -7,5$. A 7–10. oszlopok kitöltése is hasonló. Az eredmények összefoglalva:

x	-7,5	-7,2	-3	-1,5	2,1
$f(x)$	-3	-2,8	0	1	3,4

3.sz. melléklet

Alapszint:

Ábrázold koordináta-rendszerben az alábbi hozzárendelési utasításokkal megadott függvények grafikonját!

$$f(x)=1/3x \quad g(x)=-x+2 \quad h(x)=3$$

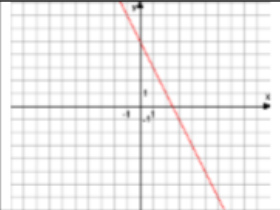
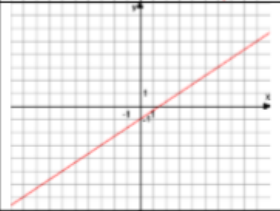
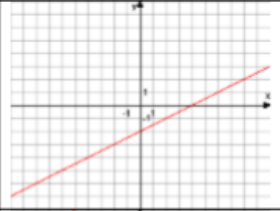
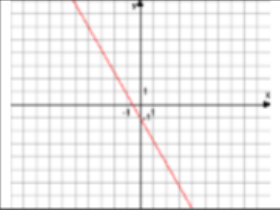
Középszint:

$$f(x)=-5x+1 \quad g(x)=(-5x+1)/3 \quad h(x)=-(x+1)/2-7$$

A tanulók kidolgozzák a példáikat a füzetükbe. Ha elkészültek, kicserélik a füzeteiket, és kijavítják a másikat. Saját aláírásukkal jelzik, hogy átnézték. Majd megbeszélik a javítást.

4.sz. melléklet

A tanulók alkossanak 4 fős csoportokat. Minden csoportban kiosztunk kártyakészletben található kártyákat: minden asztal közepére teszünk összekeverve, írással lefelé fordítva. A csoport minden tagja találmra húz belőle 4-et. A tagoknak meg kell találniuk az összetartozó négyeseket úgy, hogy – a felesleges kártyát csak középre tehetik be, – egymással nem beszélhetnek, – nem nyúlhatnak át a másikhoz a hiányzó kártyáért. (Egy hozzárendelési utasítás, az általa megadott függvény grafikonja, illetve két, a hozzárendelési utasítást kielégítő pont alkot egy összetartozó négyest.)

	$f(x) = -2x + 5$	$\left(-\frac{1}{2}; 6\right)$	$(2; 1)$
	$g(x) = \frac{2}{3}x - 1$	$(3; 1)$	$\left(-1; -\frac{5}{3}\right)$
	$h(x) = \frac{2x - 8}{4}$	$(10; 3)$	$(4; 0)$
	$i(x) = -\frac{4 + 7x}{4}$	$\left(-\frac{8}{7}; 1\right)$	$\left(3; -\frac{25}{4}\right)$

5.sz. melléklet

Adjuk meg a lineáris függvény hozzárendelési utasítását, ha grafikonja

- a) átmegy a $P(-3; 5)$ ponton és az y tengelyt a -10 helyen metszi!
- b) átmegy a $P(2; -1)$ ponton és párhuzamos az $f(x) = -2x + 6$ hozzárendelési utasítással megadott függvény grafikonjával!

Abszolútérték függvény
9. osztály
matematika

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szaktudományi osztály

Az óra címe: Abszolútérték függvény

Az óra célja és feladata: Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján x -et meghatározni.

Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az $f(x) = |x|$ függvényt. Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról

Az óra fő didaktikai feladata:

Előzetes ismeretek: Lineáris függvény, abszolút érték

Tantárgyi kapcsolatok:

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök	Diák	Módszertani ajánlás
0-5	A hf. kivetítése		Ellenőrizzük a házi feladatot!	hf.ellenőrzés	Egyéni				
5-10	Kivetített előadás	Jegyzetelés	Mi az abszolút érték függvény? 1.sz.m.	Szemléletesség	Frontális	tanári előadás	tábla, füzet		
10-20	Csoport munka figyelése		Dolgozzátok fel az anyagot! 2.sz. m.	Új ismeretek feldolgozása	Csoportmunka	megbeszélés	feladatlapok		
20-35		Előadás	Számoljanak be a csoportok!	aktivizálás	Kiselőadás		füzet		
35-40		Feladatmegoldás	Gyakoroljunk! 3.sz.m.	alkalmazás	Egyéni	megbeszélés	füzet		
40-45	H.f. kijelölése		Látogass el a csoportba! 4.sz. m.	H.f. kijelölése			Moodle		

1.sz. melléklet:

Mit értünk egy szám abszolút értékén?

$$|a| := \begin{cases} a & \text{ha } a \geq 0 \\ -a & \text{ha } a < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = |x| \quad |x| := \begin{cases} x & \text{ha } x \geq 0 \\ -x & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

2.sz. melléklet:

Kiosztani a kislexikonokat!

A tanulók felosztják egymás között a négy anyagrészt. Elolvassák és értelmezik. Majd mindenki elmagyarázza a csoport többi tagjának a saját részét.

1. kislexikon

Az abszolútérték-függvény grafikonja

Ebből a definícióból következik, hogy az abszolútérték-függvény értékkészlete a nem negatív valós számok halmaza.

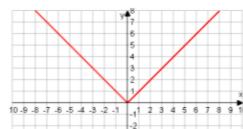


A definícióból látható, hogy a függvény grafikonját megkapjuk, ha közös koordináta-rendszerben, a megfelelő értelmezési tartományokon ábrázoljuk az $f(x) = x$ lineáris függvény grafikonját a nem negatív valós számok halmazán, a $g(x) = -x$ lineáris függvényt pedig a negatív valós számok halmazán. Az így kapott grafikont a valós számok halmazán ábrázolt $f(x) = x$ lineáris függvényből is megkaphatjuk, ha tükrözzük az x tengelyre azt a részét, ahol függvényértékek negatívak. Szemléletesen: az $f(x) = x$ függvény grafikonjának az x tengely alatti részét tükrözzük az x tengelyre.

2. kislexikon

Az abszolútérték-függvény ($f(x) = |x|$) monotonitása

x	-53	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,36
$f(x)$	53	10,5	5	4	$\frac{3}{2}$	1	0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,36

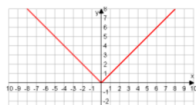


Ha $x < 0$, akkor növekvő x értékekhez csökkenő függvényértékek tartoznak. Ezért a függvény ezen a tartományon szigorúan monoton csökkenő. Ha $x \geq 0$, akkor növekvő x értékekhez növekvő függvényértékek tartoznak. Így a függvényt ezen a tartományon szigorúan monoton növekvőnek nevezzük

3. kislexikon

Az abszolútérték-függvény ($f(x) = |x|$) zérushelye

x	-53	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,36
$f(x)$	53	10,5	5	4	$\frac{3}{2}$	1	0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,36

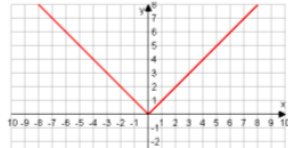


Zérushely: az értelmezési tartománynak azon elemei, ahol a függvényérték 0. Az $f(x) = |x|$ függvénynek az $x = 0$ helyen van zérushelye. Ez szemléletesen azt is jelenti, hogy a függvény grafikonjának ebben a pontban van közös pontja az x tengellyel.

4. kislexikon

Az abszolútérték-függvény szélsőértéke

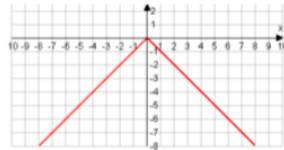
Az $f(x) = |x|$ függvény a 0 helyen a 0 értéket veszi fel, az összes többi helyen pozitív. Ezért az f függvénynek az $x = 0$ -ban szélsőértéke, nevezetesen minimuma van. (Látható, hogy az f függvény negatív x -ek esetén szigorúan monoton csökkenő, pozitív x -ekre pedig szigorúan monoton növekvő.) Másképp: az f függvény az értelmezési tartományának $x = 0$ helyén veszi fel a legkisebb függvényértékét, és ekkor $f(x) = 0$.



Megállapításainkat értéktáblázattal is alátámaszthatjuk:

x	-53	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,36
$f(x)$	53	10,5	5	4	$\frac{3}{2}$	1	0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,36

Az $g(x) = -|x|$ függvény a 0 helyen a 0 értéket veszi fel, az összes többi helyen negatív. Ezért a g függvénynek az $x = 0$ -ban szélsőértéke, nevezetesen maximuma van. (Látható, hogy a g függvény negatív x -ek esetén szigorúan monoton növekvő, pozitív x -ekre pedig szigorúan monoton csökkenő.) Másképp: a g függvény az értelmezési tartományának $x = 0$ helyén veszi fel a legnagyobb értékét, ekkor $f(x) = 0$.



3.sz. melléklet:

Ábrázold és jellemezd az alábbi függvényeket

$f(x) \rightarrow |x+2|$ $g(x) \rightarrow |x|+2$ $h(x) \rightarrow -|x-1|$

É.T.:

É.K.:

Z.H.:

Sz.É.:

Mon.:

4.sz. melléklet:

Ábrázold koordináta-rendszerben, és jellemezd az alábbi hozzárendelési utasításokkal megadott függvények grafikonját!

Az ábrázoláshoz felhasználhatod az értéktáblázatot vagy az abszolútérték-függvény definícióját.

a) $f(x) = |x + 5|$, $8 \leq x \leq 3$ b) $f(x) = |x - 7|$ c) $f(x) = |x| + 3$

Abszolútérték függvény transzformációi
9. osztály
matematika

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szaktudományterület

Az óra címe: Abszolútérték függvény transzformációi

Az óra célja és feladata: Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról. Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni. [$f(x)+c$; $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$] Egyszerű függvények jellemzése (grafikon alapján) értékészlet, növekedés, fogyás, szélsőérték szempontjából.

Az óra fő didaktikai feladata: Az elméleti anyag csoportos feldolgozásakor a kiadott szöveg értelmezése. A megértést ellenőrző feladatok megoldása.

Előzetes ismeretek:

Tantárgyi kapcsolatok:

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök	Diák	Módszertani ajánlás
0-5	Hf.kivetítése		Ellenőrizd a házi feladatot!		önellenőrzés		projektor		
5-15	Feladatok kivetítése.	Önálló munka	Ismételjünk! 1.sz.m.	számolási készség	egyéni	feladatmegoldás	projektor		
15-20	Csoportmunka a követése.		Dolgozzuk fel csoportokban! 2.sz.m.	új ismeretek feldolgozása	csoport	kooperatív tanulás	feladatlapok		
20-30	Tábla vázlat	Tanulói kiselőadások	Számoljanak be a csoportok!	aktivizálás	Kiselőadás	tanulói kiselőadás	fűzet		
30-40			Gyakoroljunk! 3.sz.m.	rögzítés	frontális + homogén csoport	ellenőrzés párban	feladatlapok		
40-45	H.f. kivetítése		Látogass el a csoportba! 4.sz.m.						

1. sz. melléklet

Adott hozzárendelési szabály alapján töltsd ki az értéktáblázatot, illetve használd a tanult jelöléseket!

$b(x) = -|x| + 4$

x	-2	0	4					
b(x)				0	-2	6	4	1

$c(x) = |-2x| - 1$

x	-2	0	4					
c(x)				0	-2	-1	4	1

$d(x) = \frac{2}{3}|x - 3|$

x	$-\frac{6}{5}$	0	0,75					
d(x)				-1	0	$\frac{5}{3}$	3	$\frac{10}{3}$

Megoldások:

b) $b(x) = -|x| + 4$

x	-2	0	4	4; -4	6; -6	-	0	3; -3
b(x)	2	4	0	0	-2	6	4	1

c) $c(x) = |-2x| - 1$

x	-2	0	4	$\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$	-	0	$\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}$	1; -1
c(x)	3	-1	7	0	-2	-1	4	1

d) $d(x) = \frac{2}{3}|x - 3|$

x	$-\frac{6}{5}$	0	0,75	-	3	$\frac{11}{2}; \frac{1}{2}$	$\frac{15}{2}; -\frac{3}{2}$	8; -2
d(x)	$\frac{14}{5}$	2	$\frac{3}{2}$	-1	0	$\frac{5}{3}$	3	$\frac{10}{3}$

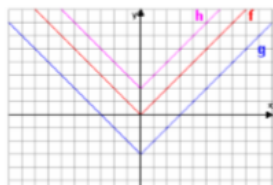
2. sz. melléklet

Kiosztom a kislexikonokat. Egy csoporton belül az első gyerek az *x tengely menti eltolásokat* kapja, a második az *y tengely menti eltolásokat*, a harmadik a *zsugorítás/nyújtás* részt, a negyedik pedig az *abszolútérték-függvény tulajdonságai* részt. Akik azonos témát kaptak, közös asztalhoz ülnek, és feldolgozzák a tananyagot. Ha készen vannak, mindenki visszamegy a csoportjához. A lapjukon található sorszámoknak megfelelő sorrendben elmagyarázzák, amit tanultak.

1. Az abszolútérték-függvény transzformálása: y tengely menti eltolás

Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben az $f(x) = |x|$, a $g(x) = |x| - 3$ illetve a $h(x) = |x| + 2$ hozzárendelési utasításokkal megadott függvények grafikonját! Az ábrázoláshoz felhasználhatjuk az elkészített értéktáblázatot.

x	-5	-4,3	-3	-2	-1	0	$\frac{2}{3}$	2	3	4	5
g(x)	2	1,3	0	-1	-2	-3	$-\frac{7}{3}$	-1	0	1	2
h(x)	7	6,3	5	4	3	2	$\frac{8}{3}$	4	5	6	7



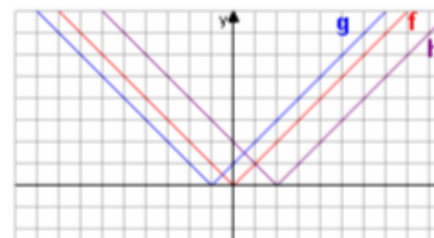
Ha az f függvény értékeiből 3-at vonunk ki, akkor a g függvény megfelelő értékeit kapjuk meg, ha pedig 2-t adunk hozzá, akkor a h függvény megfelelő értéke lesz az eredmény. Ez a grafikonon az $f(x)$ függvény grafikonjának eltolását eredményezi az y tengely mentén -3 illetve $+2$ egységgel.

Általánosságban: a $g(x) = |x| + a$ („ a ” 0-tól különböző, tetszőleges valós szám) függvény grafikonját az $f(x) = |x|$ függvény grafikonjából úgy kapjuk, hogy f grafikonját eltoljuk az y tengely mentén $|a|$ egységgel $a < 0$ esetén lefelé, $a > 0$ esetén felfelé.

2. Az abszolútérték-függvény transzformálása: x tengely menti eltolás

Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben az $f(x) = |x|$, az $g(x) = |x + 1|$ illetve $h(x) = |x - 2|$ hozzárendelési utasítással megadott függvények grafikonját! Az ábrázoláshoz felhasználhatjuk az elkészített értéktáblázatot

x	-5	-4,3	-3	-2	-1	0	1	$\frac{4}{3}$	2	3	4	5
f(x)	5	4,3	3	2	1	0	1	$\frac{4}{3}$	2	3	4	5
g(x)	4	3,3	2	1	0	1	2	$2\frac{1}{3}$	3	4	5	6



x	-5	-4,3	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$4\frac{3}{5}$	5
f(x)	5	4,3	3	2	1	0	1	2	3	4	$4\frac{3}{5}$	5
h(x)	7	6,3	5	4	3	2	1	0	1	2	$2\frac{3}{5}$	3

Az értéktáblázatból látható, hogy a g függvény ugyanazokat az értékeit 1 egységgel korábban veszi fel, mint az f függvény. Ez azt is jelenti, hogy a g függvény grafikonját úgy kapjuk meg az f függvény grafikonjából, hogy azt eltoljuk az x tengely mentén -1 egységgel, másképp fogalmazva negatív irányba 1 egységgel. A h függvény ugyanazokat az értékeit 2 egységgel később veszi fel, mint az f függvény. A h függvény grafikonját pedig az f függvény grafikonjának x tengely menti 2 egységgel, pozitív irányba történő eltolásával kapjuk meg.

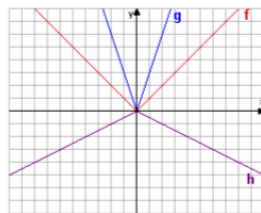
Általánosságban: a $g(x) = |x + a|$ („a” 0-tól különböző, tetszőleges valós szám) függvény grafikonját az $f(x) = |x|$ függvény grafikonjából úgy kapjuk, hogy f grafikonját eltoljuk az x tengely mentén |a| egységgel „a” előjével ellentétes irányba: a < 0 esetén pozitív, a > 0 esetén negatív irányba.

3. Az abszolútérték-függvény transzformálása: y tengely menti zsugorítás/nyújtás

Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonját: $f(x) = |x|$; $g(x) = 3|x|$; $h(x) = -\frac{1}{2}|x|$! Az ábrázoláshoz felhasználhatjuk az elkészített értéktáblázatot!

x	-3	-2	-1	0	1,3	2	3
g(x)	9	6	3	0	3,9	6	9

x	-3	-2,5	-1	0	1	2	3
h(x)	$\frac{3}{2}$	1,25	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$



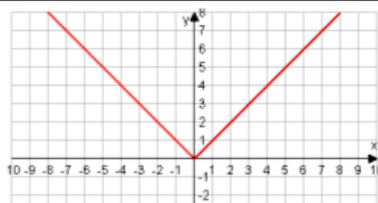
Észrevehetjük, hogy az f függvény értékeit 3-mal szorozva a g függvény értékeit, míg -1/2-del szorozva a h függvény értékeit kapjuk meg. A definíciót felhasználva láthatjuk, hogy a megfelelő lineáris függvény meredekségét változtatta meg ez a szorzótényező.

Szemléletesen: ha ez a szorzótényező

- 0 és 1 között van, akkor az abszolútérték-függvény grafikonja szétnyílik,
- 1-nél nagyobb, akkor a grafikon meredekebb lesz,
- negatív, akkor a grafikon az x tengelyre is tükröződik.

4. Az abszolútérték-függvény ($f(x) = |x|$) tulajdonságai

x	-53	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$
$f(x)$	53	10,5	5	4	$\frac{3}{2}$	1	0,63	0	1	$\frac{2}{3}$



Monotonitás:

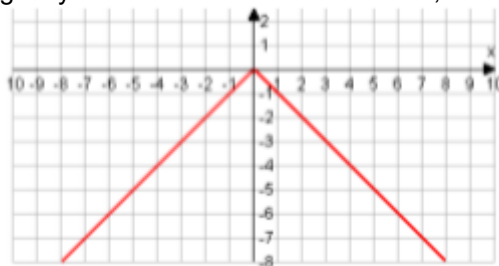
Ha $x < 0$, akkor növekvő x értékekhez csökkenő függvényértékek tartoznak. Ezért a függvény ezen a tartományon szigorúan monoton csökkenő. Ha $x \geq 0$, akkor növekvő x értékekhez növekvő függvényértékek tartoznak. Így a függvényt ezen a tartományon szigorúan monoton növekvőnek nevezzük.

Zérushely:

Az $f(x) = |x|$ függvénynek az $x = 0$ pontban van zérushelye. Ez szemléletesen azt is jelenti, hogy a függvény grafikonjának ebben a pontban van közös pontja az x tengellyel.

Szélsőérték:

Az $f(x) = |x|$ függvény a 0 helyen a 0 értéket veszi fel, az összes többi helyen pozitív. Ezért az f függvénynek az $x = 0$ -ban szélsőértéke, nevezetesen minimuma van. Az $g(x) = -|x|$ függvény a 0 helyen a 0 értéket veszi fel, az összes többi helyen negatív. Ezért a g függvénynek az $x = 0$ -ban szélsőértéke, nevezetesen maximuma van.

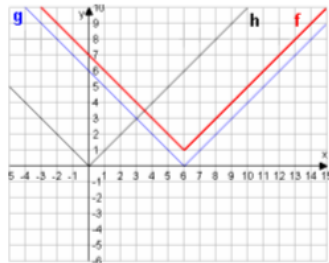


3.sz. melléklet

Ábrázoljuk koordináta-rendszerben, és jellemezzük az $f(x) = |x - 6| + 1$ hozzárendelési utasítással megadott függvény grafikonját!
 Megoldás:

Értéktáblázattal:

x	-3	0	3	4	5	6	7	9	12
f(x)	10	7	4	3	2	1	2	4	7



Transzformációs lépések:

1. $h(x) = |x|$
2. $g(x) = |x - 6|$
3. $f(x) = |x - 6| + 1$

Definíció szerint:

$$f(x) = \begin{cases} x - 6 + 1 = x - 5, & \text{ha } x \geq 6 \\ -x + 6 + 1 = -x + 7, & \text{ha } x < 6 \end{cases}$$

Jellemzés:

- É.T.: $x \in \mathbf{R}$
- É.K.: $f(x) \geq 1$
- Zérushely: nincs
- Monotonitás:
 - ↳ $x < 6$ esetén szigorúan monoton csökkenő
 - ↳ $x \geq 6$ esetén szigorúan monoton növekvő
- Szélsőérték: $x = 6$ helyen minimuma van. A minimum értéke: $f(6) = 1$

4.sz. melléklet

2 fős, lehetőleg homogén csoportokat alakítunk ki. Minden tanuló számára az képességének megfelelően jelöljük ki 3–3 feladatot. A tanulók megoldják a füzetükbe a saját feladataikat, majd az egy csoportba tartozók kicserélik a füzeteiket, és kijavítják. Végül megbeszélik a javítást.

Ábrázold koordináta-rendszerben, és jellemezd az alábbi hozzárendelési utasításokkal megadott függvények grafikonját! Az ábrázoláshoz felhasználhatod az értéktáblázatot vagy az abszolútérték-függvény definícióját.

alap: a) $f(x) = |x + 5|$, $8 \leq x \leq 3$

b) $f(x) = |x - 7|$

c) $f(x) = |x| + 3$

közép: a) $f(x) = 2|x - 4|$, $1 < x < 7$

b) $f(x) = -2/3|x + 1|$

c) $f(x) = |x - 3| + 4$

A másodfokú függvény tulajdonságai
9. osztály
matematika

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakgimnázium

Az óra címe: Másodfokú függvény, tulajdonságai

Az óra célja és feladata: A másodfokú függvény elemi tulajdonságainak ismerete, leolvasása grafikonról. Képlettel megadott egyszerű függvények ábrázolása értéktáblázzal és transzformációval

Az óra fő didaktikai feladata: Rendszerezés, szövegértés, metakogníció, számítás

Előzetes ismeretek:

Tantárgyi kapcsolatok:

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök	Diák	Módszertani ajánlás
0-5	Kivetítés	A füzet ellenőrzése	Ellenőrizzük a házi feladatot!			Önellenőrzés	projektor		
5-15	Kérdések felolvasása	Füzetvezetés	Ismételjünk! 1.sz.m.	rendszerezés csoport alkotás	frontális				
15-25	A csoportmunka a figyelemmel kísérése	Munkacsoportokban	Mit kell tudni a másodfokú függvényről? 2.sz.m.	szövegértés, metakogníció	csoport	kooperatív tanulás	feladatlap		
25-30	Tábla vezetés		Írjunk vázlatot!	írási készség	frontális	megbeszélés	tábla		
30-35	Kivetítés	Önálló feladatmegoldás	Számoljunk! 3.sz. m.	számolási készség	egyéni		projektor, füzet		
35-40	Kivetítés		Oldjunk meg szöveges feladatot! 4.sz.m.	Szövegértés, kombinatív gondolkodás, számolás	frontális				
40-45	Kivetítés	H.f. rögzítés	Ez lesz a házi!5.sz.m.						

1.sz. melléklet

1. Hol 1 az abszolútérték-függvény értéke?
2. Hol nagyobb egynél az abszolútérték-függvény értéke?
3. Hol legalább 1 az abszolútérték-függvény értéke?
4. Hol kisebb egynél az abszolútérték-függvény értéke?
5. Hol legfeljebb 1 az abszolútérték-függvény értéke?
6. Hol lesz az abszolútérték-függvény értéke kettőnél nagyobb és ötnél kisebb?

Csoport alkotás:

Kiosztani a kártyákat. A kártyák alapján megkeresik egymást és helyet foglalnak.

A kártyán számpárok szerepelnek, melynek első tagja egy szám, második tagja pedig annak négyzete. Ezen belül azok alkotnak egy csoportot, akiknél az első tag tizedestört vagy negatív szám, vagy pozitív egész vagy tört. A hatványozás azonosságai u.a.

$-\left(\frac{4}{5}\right)^2$	$-\left(\frac{-4}{5}\right)^2$	$\frac{(-4)^2}{-5}$	$\frac{-4^2}{5^2}$
$\left(\frac{4}{5}\right)^2$	$\left(\frac{-4}{5}\right)^2$	$\frac{(-4)^2}{5}$	$\frac{4^2}{5^2}$
(0,5; 0,25)	(-8; 64)	(-11; 121)	(-4; 16)
$-(3 \cdot 5)^2$	$-3 \cdot (5)^2$	$3^2 \cdot -5^2$	$-(-3 \cdot 5)^2$

$\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{9}\right)$	$\left(\frac{2}{7}; \frac{4}{49}\right)$	$\left(\frac{5}{6}; \frac{25}{36}\right)$	$\left(\frac{12}{11}; \frac{144}{121}\right)$
$(3 \cdot 5)^2$	$3^2 \cdot 5^2$	$(-3)^2 \cdot 5^2$	$(-3 \cdot 5)^2$
(2,5; 6,25)	(0,3; 0,09)	(7,8; 60,84)	(5,2; 27,04)
(7; 49)	(3; 9)	(6; 36)	(5; 25)

2.sz. melléklet

Először elmondom a másodfokú alapfüggvény definícióját, majd minden csoportban kiosztom a kislexikonokat. A másodfokú alapfüggvény definiálásához kivetítés kell.

Egy csoporton belül a tanulók a saját sorszámuknak megfelelő anyagrészt elolvassák, és értelmezik. Majd mindenki elmagyarázza a csoport többi tagjának a saját részét.

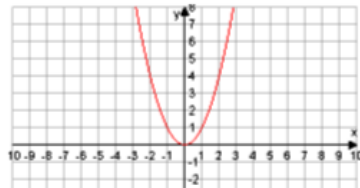
A másodfokú függvény

Minden valós számhoz rendeljük hozzá a négyzetét! Ekkor a hozzárendelési utasítás $f(x) = x^2$ alakban írható fel.

Adjunk meg táblázatban néhány értéket:

x	-16	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,3
$f(x)$	256	110,25	25	16	$\frac{9}{4}$	1	0,3969	0	1	$\frac{4}{9}$	4	9	127,69

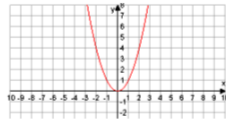
Mivel minden szám négyzete nemnegatív, ezért az $f(x) = x^2$ függvény értékkészlete a nem-negatív valós számok halmaza. Ha koordináta-rendszerben ábrázoljuk az összes olyan értékpárt, amelynek első tagja egy tetszőleges valós szám, második tagja pedig annak négyzete, a következő görbét kapjuk:



Ennek a görbének a neve **parabola**. Az ábrán látható, hogy a másodfokú függvény grafikonja szimmetrikus az y tengelyre. A parabola szimmetriatengelyén lévő pontját **tengelypont**nak nevezzük. Másodfokú hozzárendelési utasítással találkozhatunk az a oldalú négyzet területének, ill. az a oldalú kocka felszínének kiszámításakor, de a fizikában is találkozunk vele a szabadesés és az egyenletesen gyorsuló test mozgását leíró út–idő kapcsolatnál.

Kártya1: Monotonitás

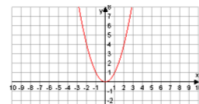
x	-16	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,3
$f(x)$	256	110,25	25	16	$\frac{9}{4}$	1	0,3969	0	1	$\frac{4}{9}$	4	9	127,69



- Ha $x \leq 0$, akkor növekvő x értékekhez csökkenő függvényértékek tartoznak. Ezért a függvény ezen az intervallumon (tartományon) **szigorúan monoton csökkenő**.
- Ha $x \geq 0$, akkor növekvő x értékekhez növekvő függvényértékek tartoznak. Így a függvényt ezen az intervallumon (tartományon) **szigorúan monoton növekvőnek** nevezzük.

Kártya2: Zérushely

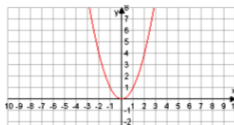
x	-16	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,3
$f(x)$	256	110,25	25	16	$\frac{9}{4}$	1	0,3969	0	1	$\frac{4}{9}$	4	9	127,69



Zérushely: az értelmezési tartományban azon elemek, ahol a függvényérték 0. Az $f(x)=x^2$ függvénynek az $x=0$ pontban van **zérushelye**. Ez szemléletesen azt is jelenti, hogy a függvény grafikonjának ezen a helyen van közös pontja az x tengellyel.

Kártya3: Szélső érték

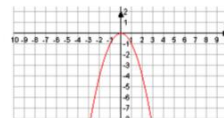
x	-16	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,3
$f(x)$	256	110,25	25	16	$\frac{9}{4}$	1	0,3969	0	1	$\frac{4}{9}$	4	9	127,69



Az $f(x) = x^2$ függvény a 0 helyen a 0 értéket veszi fel, az összes többi helyen pozitív. Ezért az f függvénynek az $x = 0$ -ban szélsőértéke, nevezetesen **minimuma** van. (Látható, hogy az f függvény 0-nál kisebb x értékek esetén szigorúan monoton csökkenő, 0-nál nagyobb x -ekre pedig szigorúan monoton növekvő.) Másképp: az f függvény az értelmezési tartományának $x=0$ helyén veszi fel a legkisebb függvényértékét.

Tekintsük a $g(x) = -x^2$ függvényt!

x	-16	-10,5	-5	-4	$-\frac{3}{2}$	-1	-0,63	0	1	$\frac{2}{3}$	2	3	11,3
$g(x)$	-256	-110,25	-25	-16	$-\frac{9}{4}$	-1	-0,3969	0	-1	$-\frac{4}{9}$	-4	-9	-127,69



Az g függvény a 0 helyen a 0 értéket veszi fel, az összes többi helyen negatív. Ezért a g függvénynek az $x = 0$ helyen szélsőértéke, nevezetesen **maximuma** van. (Látható, hogy a g függvény negatív x -ek esetén szigorúan monoton növekvő, pozitív x -ekre pedig szigorúan monoton csökkenő.) Másképp: a g függvény az értelmezési tartományának $x = 0$ helyén veszi fel a legnagyobb értékét.

3.sz. melléklet

Adott hozzárendelési szabály alapján töltsd ki az értéktáblázatot, illetve a tanult jelöléseket használva számítsd ki a függvényértékeket a megadott helyeken!

a) $a(x) = -x^2 + 3$

x	-6	-5	-2	0	1
$a(x)$					

b) $b(x) = (x - 4)^2 + 3$

x	0	2	4	4,5	6
$b(x)$					

c) $c(x) = 2x^2 - 8$

$c(-2) = ?$; $c(-\frac{1}{2}) = ?$; $c(\frac{3}{2}) = ?$; $c(1) = ?$; $c(2) = ?$

d) $d(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$

$d(-1) = ?$; $d(0) = ?$; $d(2) = ?$; $d(\frac{1}{2}) = ?$; $d(4) = ?$

Adott hozzárendelési szabály alapján töltsd ki az értéktáblázatot, illetve a tanult jelöléseket használva számítsd ki a függvényértékekhez tartozó x helyeket!

a) $a(x) = -x^2 + 3$

x					
$a(x)$	0	-2	4	3	-6

b) $b(x) = (x - 4)^2 + 3$

x					
$b(x)$	1	2	3	4,25	6

c) $c(x) = 2x^2 - 8$

$x = ?$, ha $c(x) = 0$; -10; -8; 4,5; -9

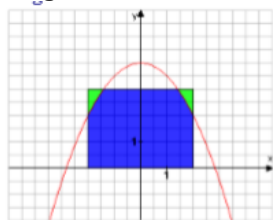
d) $d(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$

$x = ?$, ha $d(x) = 0$; -4; -2; $-\frac{31}{16}$; -1

4.sz. melléklet

Egy 4 m széles, 3 m magas kamion szeretne áthajtani az alagúton, mégpedig az autótút közepén haladva. Az alagút formája követi az $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4$ másodfokú függvény grafikonját, ha az egység mindkét koordinátatengelyen 1 – 1 méter. Át tud-e menni a kamion az alagúton?

Megoldás:



Az alagút 4 méteres belmagassága miatt elképzelhető, hogy a kamion át tudna menni. Az a kérdés, hogy a szélei is beférnek-e az alagútba. Mivel mind a kamion, mind az alagút szimmetrikus, így elegendő, ha a kamion szélességét megfelelően csak a +2 helyen számoljuk ki az

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4 \text{ függvény helyettesítési értékét.}$$

$$f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 + 4 = -2 + 4 = 2$$

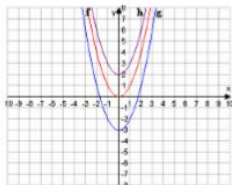
Mivel a kapott függvényérték kisebb, mint a kamion magassága, ezért az nem tud átmenni az alagúton.

Egy műugró bajnok 10 m magasból ugrik a vízbe. Hány másodperce van a gyakorlata végrehajtására, mielőtt belesne a vízbe? ($s = (g / 2) \cdot t^2$, ahol $g = 9,81 \text{ m / s}^2$)

5.sz. melléklet

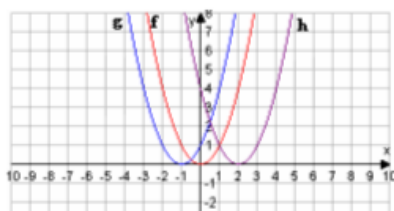
Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben, illetve értéktáblázattal az $f(x) = x^2$, a $g(x) = x^2 - 3$, illetve $h(x) = x^2 + 2$ függvények grafikonjait! Az ábrázoláshoz felhasználhatjuk az értéktáblázatot.

Megoldás:



Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben, illetve értéktáblázattal az $f(x) = x^2$, a $g(x) = (x + 1)^2$, illetve $h(x) = (x - 2)^2$ függvények grafikonjait! Az ábrázoláshoz felhasználhatjuk az értéktáblázatot.

Megoldás:



A másodfokú függvény transzformációi

9. osztály

matematika

SZÉCHENYI 2020 



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakgimnázium

Az óra címe: Másodfokú függvény transzformációi

Az óra célja és feladata: A másodfokú függvény elemi tulajdonságainak ismerete, leolvasása grafikonról. Képlettel megadott egyszerű függvények ábrázolása értéktáblázattal és transzformációval. Egyszerű példák változó- és értéktranszformációkra.

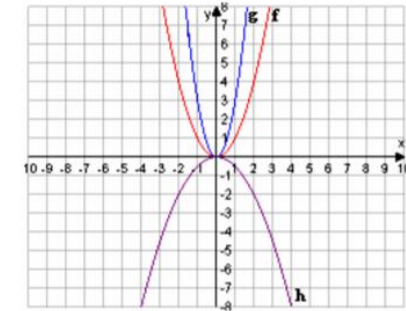
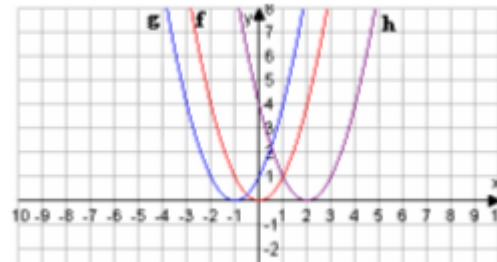
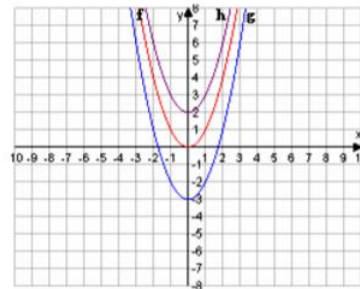
Az óra fő didaktikai feladata: Az elméleti anyag csoportos feldolgozásakor a kiadott szöveg értelmezése. A megértést ellenőrző feladatok megoldása. Adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámítása, illetve a függvényértékekhez tartozó x helyek kiszámítása.

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök.	Diák	Módszertani ajánlás
0-5.	Kivetítés	Füzet ellenőrzés	Ellenőrizzük a házi feladatot!		Önellenőrzés	megbeszélés	projektor		
5-15	Kivetítés	Hozzászólás	Transzformáljunk! 1.sz.m.	szintetizáló készség fejlesztés	Frontális	vita, tanári előadás	Geogebra		
15-25	Rögzítés a táblán	Javaslatok	Írjunk vázlatot!	rendszerező készség	Írásbeli	ötletgyűjtés	tábla		
25-40	Kivetítés		Gyakoroljunk! 2.sz.m. 3.sz.m.	fokozatosság, szemléletesség	Homogén csoport	feladatmegoldás	geogebra, füzet		
40-45	Kivetítés	Hf. rögzítés	Házi feladat 4.sz.m.				füzet		

1.sz. melléklet



A $g(x) = x^2 + v$ („ v ” 0-tól különböző, tetszőleges valós szám) függvény grafikonját az $f(x) = x^2$ függvény grafikonjából úgy kapjuk, hogy f grafikonját eltoljuk az y tengely mentén $|v|$ egységgel $v < 0$ esetén lefelé, $v > 0$ esetén felfelé.

A $g(x) = (x + u)^2$ („ u ” 0-tól különböző tetszőleges valós szám) függvény grafikonját az $f(x) = x^2$ függvény grafikonjából úgy kapjuk, hogy f grafikonját eltoljuk az x tengely mentén $|u|$ egységgel „ u ” előjelével ellentétes irányba: $u < 0$ esetén pozitív, $u > 0$ esetén negatív irányba.

Az $f(x) = a \cdot x^2$ hozzárendelési utasítással adható meg, ahol $a \neq 0$ valós számot jelöl.

Ha az „ a ” szorzótényező 0 és 1 között van, akkor a másodfokú függvény grafikonja szétnyílik, ha 1-nél nagyobb, akkor a grafikon szűkül, ha negatív, akkor a grafikon az x tengelyre tükröznünk is kell.

Táblakép:

A másodfokú alapfüggvény: Minden valós számhoz rendeljük hozzá a négyzetét! Ekkor a hozzárendelési utasítás $f(x) = x^2$ alakban írható fel.

Ha koordináta- rendszerben ábrázoljuk az összes olyan értékpárt, amelynek első tagja egy tetszőleges valós szám, második tagja pedig annak négyzete, **parabolát** kapunk.

Az alapfüggvény transzformációi:

Eltolás az y tengely mentén : $f(x) = x^2 + a$, ahol a valós szám

Eltolás az x tengely mentén : $f(x) = (x + b)^2$, ahol b valós szám

Zsugorítás / Nyújtás : $f(x) = c x^2$, ahol c nem nulla, valós szám

2.sz. melléklet

Ábrázold koordináta-rendszerben, és jellemezd az alábbi hozzárendelési utasításokkal megadott függvények grafikonját!

alapszint: a.) $f(x) = x^2 + 1$

b.) $f(x) = -x^2$

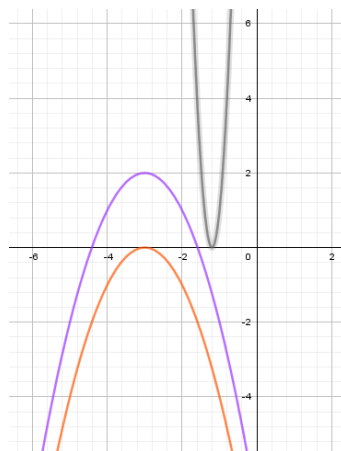
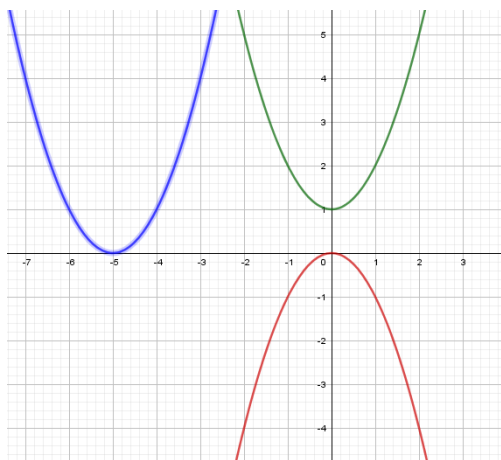
c.) $f(x) = (x + 5)^2$

középszint: a.) $f(x) = -(x + 3)^2$

b.) $f(x) = -(x + 3)^2 + 2$

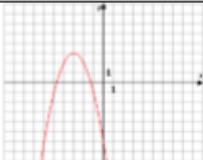
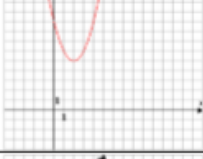
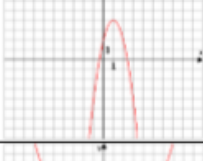
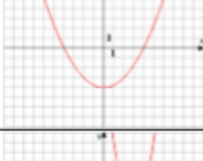
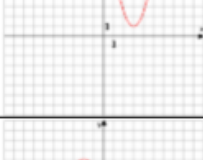
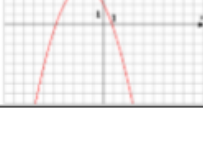
c.) $f(x) = (-0,5x+6)^2$

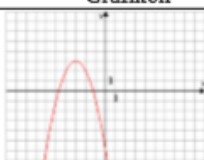
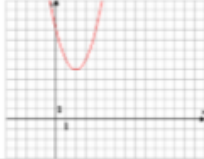
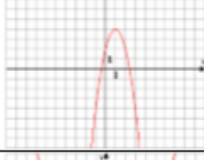
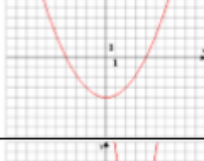
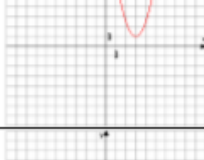
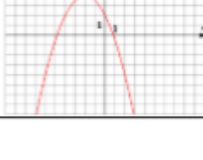
Megoldás:



3.sz. melléklet

Minden csoportnak adunk egy hiányos táblázatot, illetve a hiányzó 12 db kártyát külön. A tanulók (csoporton belül) szétosztják egymás között a kártyákat úgy, hogy mindenkinél ugyanannyi legyen. Megkeresik a kártyájuknak megfelelő sort és oszlopot, és lerakják oda a kártyát.

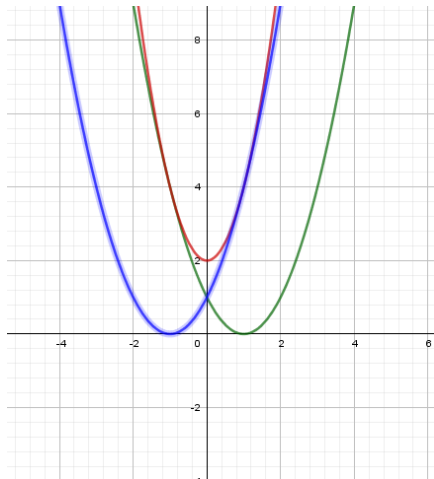
Hozzárendelési utasítás	Szélsőérték	Grafikon
$f(x) = -(x+3)^2 + 3$	(-3; 3) maximum	
$f(x) = (x-2)^2 + 5$	(2; 5) maximum	
$f(x) = -2(x-1)^2 + 4$	(1; 4) maximum	
$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 4$	(0; -4) minimum	
$f(x) = \frac{3}{2}(x-3)^2 + 1$	(3; 1) minimum	
$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$	(-2; 4) maximum	

Hozzárendelési utasítás	Szélsőérték	Grafikon
$f(x) = -(x+3)^2 + 3$	(-3; 3) maximum	
$f(x) = (x-2)^2 + 5$	(2; 5) maximum	
$f(x) = -2(x-1)^2 + 4$	(1; 4) maximum	
$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 4$	(0; -4) minimum	
$f(x) = \frac{3}{2}(x-3)^2 + 1$	(3; 1) minimum	
$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$	(-2; 4) maximum	

4.sz. melléklet

Ábrázold és jellemezd, az $f(x) = (x+1)^2 + (x-1)^2$ függvényt!

Megoldás:



Rendszerezés, gyakorlás I.

9. osztály

matematika

SZÉCHENYI 2020 



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakgimnázium

Az óra címe: Rendszerezés, összefoglalás

Az óra célja és feladata: Az ismeretek rendszerezése.

Az óra fő didaktikai feladata: Az elméleti anyag csoportos feldolgozása.

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Időpercben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök.	Diák	Módszertani ajánlás
0-5.		Hozzászólás	Beszéljük meg a kvíz szabályait!		Frontális	megbeszélés			
5-10	Csoport létrehozása	Hozzászólás	Alkossunk csoportot!		Csoport		Füzet		
10-25		Javaslatok	Írjuk le a kérdéseket és válaszokat!	rendszerező, szintetizáló készség fejlesztése	Írásbeli	ötletgyűjtés	papír		
25-45			Indulhat a játék!		csoport				
							füzet		

„Együttműködés a dél-dunántúli agrár szakképzés fejlesztéséért”

Legelső lépésként az osztály tanulói megbeszélnek, milyen szabályok mentén halad a játék: ki a kvíz vezetője (a tanár vagy egy diák), kérdéses esetekben ki hoz döntést, egyedül játszanak, vagy az osztály kisebb csoportokra van felosztva, stb. Ez után elkezdhetik összeállítani a kérdéseket és a válaszokat a kiválasztott témakörben.

A szabályok variálásával – az idő korlátozása, a játékosok száma (egyedül, párban vagy csoportokban), illetve a tanácsadás lehetősége – többféle játéklehetőség kínálkozik.

A tanulók csoportokban összeállítanak kérdéseket és hozzá válaszlehetőségeket, minimum négy kérdést, de ha lehet többet, az eddig vett témakörök bármelyikéből. A kérdés és a hozzá tartozó válaszok egy A4-es lapra kerülnek.

Az óra második felében következett a kvízzjáték. A csoportok sorrendjét sorsolással alakítottam ki. A kérdéseket a tanári asztalon gyűjtöttük, ezekből húzott egyet a soron következő csoport egyik tagja, és a helyes választ kellett kiválasztania. (A csoporttagok döntenek el, ki játszik elsőnek, a következő kérdéshez más csoporttagot is küldhetnek játékosnak.) Ezután a következő csoport tett ugyanígy. Minden jó válasz egy pontot ért (ha a nehezebb és könnyebb kérdéseket külön vettem volna, a nehezebb több pontot érne). Amelyik csoport a legtöbb jó választ adta, vagyis a legtöbb pontot kapta, az nyert azon az órán.

A helytelenül megválaszolt kérdéseket külön gyűjtöttük, és az óra végén visszatértünk rá. Attól függően, milyen szabályok mentén játszunk, kérhet segítséget a többi csoporttagtól.

Rendszerezés, gyakorlás II.

9. osztály

matematika

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

ÓRATERV

A műveltségi terület neve: Matematika

Az évfolyam: 9. szakgimnázium

Az óra címe: Függvények gyakorlás, rendszerezés

Az óra célja és feladata:

Az óra fő didaktikai feladata: Az elméleti anyag csoportos feldolgozásakor a kiadott szöveg értelmezése. A megértést ellenőrző feladatok megoldása.

Az óratervet készítő pedagógus neve: Kosztich András

Dátum: 2019.02.

Idő percben	Tanári tevékenységek	Tanulói tevékenységek	Tanári instrukciók	Didaktikai feladat	Munkaforma	Módszerek	Eszközök.	Diák	Módszer-tani ajánlás
0-10.	Kérdések felolvasása		Problémás kérdések	Szemléletesség	frontális		tábla		
10-25	A csoportmunka figyelemmel kísérése	Munka csoportokban	Készítsünk posztert!	Új ismeretek feldolgozása	csoportos	megbeszélés	papír, filc		
25-40	Tábla vezetés	Előadás	Bemutatás!	aktivizálás	egyéni	megbeszélés	tábla		
40-45	Kivetítés		Értékelés	alkalmazás	frontális				

„Együttműködés a dél-dunántúli agrár szakképzés fejlesztéséért”

Az óra első pár percében kialakítottam a csoportokat, miközben összeültek, kiosztottam a kártyákat, majd ismertettem az óra menetét, cél: fogalmak gyűjtése, csoportokban poszter készítése, majd azok bemutatása. Az óra témája tehát a Függvények, ezt a tábla közepére írtam. A következő tíz percben a csoportok fogalmakat gyűjtöttek a témakörhöz (minimum 5, de lehet több fogalom is).

Ez lehetett bármi, ami eszükbe jut, és ezeket kellett a kiosztott kártyákra írni. Amint készen voltak, (vagy amint letelik az idő), a csoportokból egy-két fő felragasztotta a táblára a fogalmakat. Miután az összes kártya a táblán volt, a tanulók megpróbálták az összefüggéseket, kapcsolódási pontokat felfedezni. Ehhez rendezhették a kártyákat, akár úgy, hogy jelentkeztek és mondták, mit rakjak máshova, de ők is kijöhettek és alakíthatták a tábla képét. A fogalmakat összekötötték, bekarikázták, vagy nyilakat rajzoltak ok-okozati összefüggések szemléltetésére. A kirajzolódott nagyobb altémák (lineáris, abszolút érték, másodfokú,) közül választottak a csoportok egyet, amivel szívesen dolgoznának, ez került később a plakátjukra.

A csoportok legelső és legfontosabb feladata, hogy megbeszéljék, mi kerüljön a plakátra, hogyan, és milyen struktúrával rendezzék el. A következő negyven percben elkészítették a plakátot, a munkát és a feladatokat egymás között kellett felosztaniuk. Ehhez minden csoport kapott egy A3-as papírt. Színes ceruzákat, tollakat, filceket helyeztem el egy különálló padra, ezekből válogathattak.

Az óra utolsó 15 percében a csoportok felragasztották a táblára az elkészült posztereket, bemutatták az elkészült plakátokat, összefoglalták az adott témát. A csoportokat külön-külön értékeltem az óra végén, de előtte még megkérdeztem a tagokat, ők hogyan értékelnék a teljesítményüket. Az értékelés szempontjai: a téma feldolgozása, az együttműködés, és maga a prezentálás .